

## Programme de colle : Semaine 1 (19/09 au 23/09)

**Chapitre 2 : Calculs algébriques**

Introduction et définition des symboles  $\Sigma$  et  $\prod$ , définition de la factorielle d'un entier naturel, propriétés, changement d'indices, sommes télescopiques, factorisation de  $a^n - b^n$ ,

$$\sum_{k=1}^n k = \frac{n(n+1)}{2}, \quad \sum_{k=1}^n k^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}.$$

★ : Calculer la somme  $S = \sum_{k=1}^n \ln \left( 1 + \frac{1}{k} \right)$

★ : Montrer que  $\forall n \in \mathbf{N}^*$ ,  $\sum_{k=1}^n k^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$ .

★ : Soit  $q \in \mathbf{R} \setminus \{1\}$ . Montrer que  $\forall n \in \mathbf{N}$ ,  $\sum_{k=0}^n q^k = \frac{1 - q^{n+1}}{1 - q}$ .

★ : Montrer que  $\forall n \in \mathbf{N}$ ,  $\sum_{k=0}^n k \times k! = (n+1)! - 1$ .

**Chapitre 1 : Rudiments de logique et vocabulaire ensembliste**

quantificateurs, négation d'une proposition, conjonction et disjonction de deux propositions, implication, réciproque d'une implication, équivalence, contraposée.

Ensembles : complémentaire, réunion, intersection, différence de deux ensembles, produit cartésien, revêtement disjoint d'un ensemble, partition d'un ensemble.

Raisonnements : démonstration d'une implication (directe, par contraposition, par l'absurde), démonstration d'une équivalence, raisonnement par analyse-synthèse, raisonnement par récurrence : simple, double et forte.

★ : Montrer par l'absurde que  $\sqrt{2} \notin \mathbf{Q}$ .

Tous les énoncés de propriétés et toutes les définitions sont à connaître. Chacun des étudiants sera interrogé sur un exercice étoilé.