

Programme de colle : Semaine 2 (26/09 au 30/09)

Chapitre 3 : Calculs trigonométriques[COURS UNIQUEMENT]

cerce trigonométrique, définition du cosinus, du sinus, relation fondamentale, valeurs remarquables,

Cosinus et sinus de $\pi \pm x$, de $\frac{\pi}{2} \pm x$.

Formules d'addition $\cos(a \pm b)$, $\sin(a \pm b)$. Cas particulier : $\cos(2a)$, $\sin(2a)$.

Savoir retrouver rapidement les formules donnant $\cos(a)\cos(b)$, $\cos(a)\sin(b)$, $\sin(a)\sin(b)$. relation de congruence modulo 2π sur \mathbf{R} . Notation $a \equiv b[2\pi]$.

Fonctions circulaires cosinus et sinus.

Chapitre 2 : Calculs algébriques

Introduction et définition des symboles \sum et \prod , définition de la factorielle d'un entier naturel, propriétés, changement d'indices, sommes télescopiques, factorisation de $a^n - b^n$, somme arithmétique ; somme géométrique, sommes doubles, définition des coefficients binomiaux, formule du binôme de Newton.

Résolution de petits systèmes linéaires par la méthode du pivot : systèmes linéaires de 2 ou 3 équations à 2 ou 3 inconnues et interprétation géométrique.

Utilisation des opérations élémentaires : $L_i \leftrightarrow L_j$, $L_i \leftarrow \lambda L_i$ (avec $\lambda \neq 0$) et $L_i \leftarrow L_i + \lambda L_j$.

$$\sum_{k=1}^n k = \frac{n(n+1)}{2}, \quad \sum_{k=1}^n k^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}.$$

★ : Calculer la somme $S = \sum_{k=1}^n \ln \left(1 + \frac{1}{k} \right)$

★ : Montrer que $\forall n \in \mathbf{N}^*$, $\sum_{k=1}^n k^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$.

★ : Soit $q \in \mathbf{R} \setminus \{1\}$. Montrer que $\forall n \in \mathbf{N}$, $\sum_{k=0}^n q^k = \frac{1 - q^{n+1}}{1 - q}$.

★ : Montrer que $\forall n \in \mathbf{N}$, $\sum_{k=0}^n k \times k! = (n+1)! - 1$.

★ : Pour $n \in \mathbf{N}$, calculer $\sum_{k=0}^n k \binom{n}{k}$.

★ : Relation de Pascal et démonstration.

★ : sur la base du volontariat. Démonstration de la formule du binôme de Newton.

Chapitre 1 : Rudiments de logique et vocabulaire ensembliste

quantificateurs, négation d'une proposition, conjonction et disjonction de deux propositions, implication, réciproque d'une implication, équivalence, contraposée.

Ensembles : complémentaire, réunion, intersection, différence de deux ensembles, produit cartésien, revêtement disjoint d'un ensemble, partition d'un ensemble.

Raisonnements : démonstration d'une implication (directe, par contraposition, par l'absurde), démonstration d'une équivalence, raisonnement par analyse-synthèse, raisonnement par récurrence : simple, double et forte.

★ : Montrer par l'absurde que $\sqrt{2} \notin \mathbf{Q}$.

Tous les énoncés de propriétés et toutes les définitions sont à connaître. Chacun des étudiants sera interrogé sur un exercice étoilé.