Mathématiques **Année 2022-2023**

PCSI

Programme de colle : Semaine 3 (03/10 au 07/10)

Chapitre 4 : Applications (COURS UNIQUEMENT)

Application. Notation : $f : E \to F$, composée d'applications, restriction et prolongement d'une application, application injective ; surjective ; bijective, bijection réciproque d'une application bijective.

★ : Montrer que 1 n'a pas d'antécédent par l'application $f : \begin{array}{ccc} \mathbf{R} \setminus \{1\} & \longrightarrow & \mathbf{R} \\ z & \mapsto & \frac{z}{z-1} \end{array}$

puis que $\tilde{f} : \begin{array}{ccc} \mathbf{R} \setminus \{1\} & \longrightarrow & \mathbf{R} \setminus \{1\} \\ z & \mapsto & \frac{z}{z-1} \end{array}$ est une application surjective.

Chapitre 3 : Calculs trigonométriques

cercle trigonométrique, définition du cosinus, du sinus, relation fondamentale, valeurs remarquables,

relation de congruence modulo 2π sur $\mathbf{R}$. Notation $a \equiv b[2\pi]$.

Cosinus et sinus de $\pi \pm x$, de $\dfrac{\pi}{2} \pm x$.

Formules d'addition $\cos(a \pm b)$, $\sin(a \pm b)$. Cas particulier : $\cos(2a)$, $\sin(2a)$.

Savoir retrouver rapidement les formules donnant $\cos(a)\cos(b)$, $\cos(a)\sin(b)$, $\sin(a)\sin(b)$.

Fonctions circulaires cosinus et sinus.

★ : $\lim\limits_{x \to 0} \dfrac{\sin(x)}{x} = 1$

$\lim\limits_{x \to 0} \dfrac{\cos(x) - 1}{x} = 0$

★ : La fonction sin est dérivable sur $\mathbf{R}$ et $\forall x \in \mathbf{R}, \sin' = \cos$.

Résolution d'équations et inéquations trigonométriques.

Pour $x \in \mathbf{R}$, inégalité $|\sin(x)| \leqslant |x|$.

Fonction tangente. Notation tan. Dérivée, variations, représentation graphique.

Tangente de $\pi \pm x$. Tangente des angles usuels. Interprétation sur le cercle trigonométrique. Formule d'addition $\tan(a \pm b)$.

★ : Pour $x \in \mathbf{R}$, inégalité $|\sin(x)| \leqslant |x|$.

Chapitre 2 : Calculs algébriques

Introduction et définition des symboles $\sum$ et $\prod$, définition de la factorielle d'un entier naturel, propriétés, changement d'indices, sommes télescopiques, factorisation de $a^n - b^n$, somme arithmétique ; somme géométrique, sommes doubles, définition des coefficients binomiaux, formule du binôme de Newton.

Résolution de petits systèmes linéaires par la méthode du pivot : systèmes linéaires de 2 ou 3 équations à 2 ou 3 inconnues. Utilisation des opérations élémentaires : $L_i \leftrightarrow L_j$, $\text{Ł}_i \leftarrow \lambda L_i$ (avec $\lambda \neq 0$) et $L_i \leftarrow L_i + \lambda L_j$.

★ : Pour $n \in \mathbf{N}$, calculer $\displaystyle\sum_{k=0}^{n} k \binom{n}{k}$.

★ : Relation de Pascal et démonstration.

★ : sur la base du volontariat. Démonstration de la formule du binôme de Newton.

Tous les énoncés de propriétés et toutes les définitions sont à connaitre. Chacun des étudiants sera interrogé sur un exercice étoilé.