

Chapitre 5 : Nombres complexes

Parties réelle et imaginaire. Opérations sur les nombres complexes.

Formule du binôme. $\sum_{k=0}^n x^k$ et factorisation de $a^n - b^n$ dans \mathbf{C} .

Point du plan associé à un nombre complexe, affixe d'un point, affixe d'un vecteur.

Conjugaison, compatibilité avec les opérations. Image du conjugué dans le plan complexe. Module. Module d'un produit, d'un quotient.

Inégalité triangulaire, cas d'égalité.

★ : démonstration de l'inégalité triangulaire sur la base du volontariat.

Interprétation géométrique de $|z - z'|$, cercles et disques.

Chapitre 4 : Applications

Application. Notation : $f : E \rightarrow F$, composée d'applications, restriction et prolongement d'une application, application injective ; surjective ; bijective, bijection réciproque d'une application bijective.

Théorème de la bijection,

Image directe et réciproque.

★ : Montrer f est bijective et déterminer sa bijection réciproque :

$$f : \begin{array}{ccc} \mathbf{R}^2 & \rightarrow & \mathbf{R}^2 \\ (x, y) & \mapsto & (x + y, x - y) \end{array}$$

★ : Montrer que l'application $f : \begin{array}{ccc} \mathbf{R} & \longrightarrow & \mathbf{R} \\ x & \mapsto & \exp(2x + 1) \end{array}$ est injective.

★ : Montrer que 1 n'a pas d'antécédent par l'application $f : \begin{array}{ccc} \mathbf{R} \setminus \{1\} & \longrightarrow & \mathbf{R} \\ z & \mapsto & \frac{z}{z-1} \end{array}$

puis que $\tilde{f} : \begin{array}{ccc} \mathbf{R} \setminus \{1\} & \longrightarrow & \mathbf{R} \setminus \{1\} \\ z & \mapsto & \frac{z}{z-1} \end{array}$ est une application surjective.

Chapitre 3 : Calculs trigonométriques

cercle trigonométrique, définition du cosinus, du sinus, relation fondamentale, valeurs remarquables,

relation de congruence modulo 2π sur \mathbf{R} . Notation $a \equiv b[2\pi]$.

Cosinus et sinus de $\pi \pm x$, de $\frac{\pi}{2} \pm x$.

Formules d'addition $\cos(a \pm b)$, $\sin(a \pm b)$. Cas particulier : $\cos(2a)$, $\sin(2a)$.

Savoir retrouver rapidement les formules donnant $\cos(a) \cos(b)$, $\cos(a) \sin(b)$, $\sin(a) \sin(b)$.

Fonctions circulaires cosinus et sinus.

★ : $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin(x)}{x} = 1$

$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos(x) - 1}{x} = 0$

★ : La fonction sin est dérivable sur \mathbf{R} et $\forall x \in \mathbf{R}, \sin' = \cos$.

Résolution d'équations et inéquations trigonométriques.

Pour $x \in \mathbf{R}$, inégalité $|\sin(x)| \leq |x|$.

Fonction tangente. Notation tan. Dérivée, variations, représentation graphique.

Tangente de $\pi \pm x$. Tangente des angles usuels. Interprétation sur le cercle trigonométrique. Formule d'addition $\tan(a \pm b)$.

★ : Pour $x \in \mathbf{R}$, inégalité $|\sin(x)| \leq |x|$.

Tous les énoncés de propriétés et toutes les définitions sont à connaître. Chacun des étudiants sera interrogé sur un exercice étoilé.