

Chapitre 5 : Nombres complexes

Parties réelle et imaginaire. Opérations sur les nombres complexes.

Formule du binôme. $\sum_{k=0}^n x^k$ et factorisation de $a^n - b^n$ dans \mathbf{C} .

Point du plan associé à un nombre complexe, affixe d'un point, affixe d'un vecteur.

Conjugaison, compatibilité avec les opérations. Image du conjugué dans le plan complexe. Module. Module d'un produit, d'un quotient.

Inégalité triangulaire, cas d'égalité.

★ : démonstration de l'inégalité triangulaire

Interprétation géométrique de $|z - z'|$, cercles et disques.

Identification du cercle trigonométrique et de l'ensemble des nombres complexes de module 1.

Définition de e^{it} pour $t \in \mathbf{R}$. Notation \mathbf{U} . Exponentielle d'une somme.

Formules d'Euler. Technique de l'angle moitié.

Linéarisation,

★ : Calcul de $\sum_{k=0}^n \cos(kt)$ et de $\sum_{k=0}^n \sin(kt)$.

Formule de Moivre. Savoir retrouver les expressions de $\cos(nt)$ et $\sin(nt)$ en fonction de $\cos(t)$ et $\sin(t)$.

Forme trigonométrique d'un nombre complexe non nul. Arguments. Arguments d'un produit, d'un quotient.

Transformation de $a \cos t + b \sin t$ en $A \cos(t - \phi)$.

★ : Linéarisation de \cos^3 ou \sin^3 .

Chapitre 4 : Applications

Application. Notation : $f : E \rightarrow F$, composée d'applications, restriction et prolongement d'une application, application injective ; surjective ; bijective, bijection réciproque d'une application bijective.

Théorème de la bijection,

Image directe et réciproque.

★ : Montrer f est bijective et déterminer sa bijection réciproque :

$$f : \begin{array}{ccc} \mathbf{R}^2 & \rightarrow & \mathbf{R}^2 \\ (x, y) & \mapsto & (x + y, x - y) \end{array}$$

★ : Montrer que l'application $f : \begin{array}{ccc} \mathbf{R} & \rightarrow & \mathbf{R} \\ x & \mapsto & \exp(2x + 1) \end{array}$ est injective.

Tous les énoncés de propriétés et toutes les définitions sont à connaître. Chacun des étudiants sera interrogé sur un exercice étoilé.