

**Chapitre 5 : Nombres complexes**

Parties réelle et imaginaire. Opérations sur les nombres complexes.

Formule du binôme.  $\sum_{k=0}^n x^k$  et factorisation de  $a^n - b^n$  dans  $\mathbf{C}$ .

Point du plan associé à un nombre complexe, affixe d'un point, affixe d'un vecteur.

Conjugaison, compatibilité avec les opérations. Image du conjugué dans le plan complexe. Module. Module d'un produit, d'un quotient.

Inégalité triangulaire, cas d'égalité.

★ : démonstration de l'inégalité triangulaire

Interprétation géométrique de  $|z - z'|$ , cercles et disques.

Identification du cercle trigonométrique et de l'ensemble des nombres complexes de module 1.

Définition de  $e^{it}$  pour  $t \in \mathbf{R}$ . Notation  $\mathbf{U}$ . Exponentielle d'une somme.

Formules d'Euler. Technique de l'angle moitié.

Linéarisation,

★ : Calcul de  $\sum_{k=0}^n \cos(kt)$  et de  $\sum_{k=0}^n \sin(kt)$ .

Formule de Moivre. Savoir retrouver les expressions de  $\cos(nt)$  et  $\sin(nt)$  en fonction de  $\cos(t)$  et  $\sin(t)$ .

Forme trigonométrique d'un nombre complexe non nul. Arguments. Arguments d'un produit, d'un quotient.

Transformation de  $a \cos t + b \sin t$  en  $A \cos(t - \phi)$ .

★ : Linéarisation de  $\cos^3$  ou  $\sin^3$ .

**Chapitre 6 : Techniques de calcul en analyse**

Quelques propriétés de l'ensemble des nombres réels : opérations compatibles avec la relation d'ordre  $\leq$  sur  $\mathbf{R}$ , définition de la valeur absolue, résolution d'équations, d'inéquations avec valeurs absolues, lien avec le module. Partie de  $\mathbf{R}$  majorée ; minorée ; bornée. Majorant ; minorant ; maximum ; minimum. Partie entière.

★ :  $\forall n \in \mathbf{Z}, \forall x \in \mathbf{R}, \text{Ent}(x + n) = \text{Ent}(x) + n$ .

★ : La fonction partie entière est croissante sur  $\mathbf{R}$ .

Généralités sur les fonctions d'une variable réelle à valeurs réelles ou complexes : représentation graphique de la fonction partie entière,

Partie de  $\mathbf{R}$  centrée en 0 (ou symétrique par rapport à 0). Fonction paire, impaire, théorème de décomposition,

★ : Soient  $E$  un ensemble non vide centré en 0 et une fonction  $f : E \rightarrow \mathbf{R}$ . Il existe un unique couple de fonctions  $(f_p, f_i) \in \mathcal{F}(E, \mathbf{R}) \times \mathcal{F}(E, \mathbf{R})$  tel que

- $f_p$  est une fonction paire ;
- $f_i$  est une fonction impaire ;
- $f = f_p + f_i$ .

Fonction périodique,

Fonction majorée, minorée, bornée. Maximum et minimum d'une fonction. Fonction monotone, strictement monotone

Bijection réciproque Théorème de la bijection. Symétrie par rapport à la première bissectrice, la réciproque d'une fonction strictement monotone est strictement monotone de même monotonie.

La réciproque d'une fonction strictement monotone est strictement monotone de même monotonie.

Formules de dérivation, : somme, produit, inverse, quotient, composition. Dérivée d'une bijection réciproque.

Tangente.

Dérivées d'ordres supérieurs.

Dérivées et applications. (caractérisation de la stricte monotonie pour une fonction dérivable)

Dérivation d'une fonction à valeurs complexes.

### **Chapitre 7 : Fonctions usuelles**

Fonction logarithme népérien : dérivée, variations, propriétés algébriques, limites en  $+\infty$  et  $-\infty$ , graphe.

Fonction exponentielle : propriétés algébriques, dérivée, variations, limites en  $+\infty$  et  $-\infty$ , graphe.

Tous les énoncés de propriétés et toutes les définitions sont à connaître. Chacun des étudiants sera interrogé sur un exercice étoilé.