Mathématiques **Année 2022-2023**

PCSI

Programme de colle : Semaine 9 (28/11 au 02/12)

Chapitre 7 : Fonctions usuelles

Fonction logarithme népérien : dérivée, variations, propriétés algébriques, limites en $+\infty$ et $-\infty$, graphe.

Fonction exponentielle : propriétés algébriques, dérivée, variations, limites en $+\infty$ et $-\infty$, graphe.

Fonctions puissances : puissances entières, puissances réelles : $x^{\alpha} = e^{\alpha \ln(x)}, \forall x \in \mathbf{R}_+^*$ avec $\alpha \in \mathbf{R}$, propriétés algébriques, dérivée, graphe.

Logarithme de base a : définition.

Fonctions trigonométriques : Fonctions sinus, cosinus, tangente. Fonctions circulaires réciproques. Dérivée des fonctions circulaires réciproques.

Révisions : Formulaire trigonométrie

Fonctions hyperboliques : définition des fonctions ch et sh (ch est définie comme étant la partie paire de la fonction exponentielle ,sh comme étant la partie impaire, dérivées des fonctions hyperboliques, variations, signe, limites en $+\infty$ et $-\infty$.

★ : Tracer la représentation graphique de $f : x \mapsto \arccos(\cos(x))$;

La fonction tangente hyperbolique et les fonctions hyperboliques réciproques sont hors programme.

Révisions : Formulaire trigonométrie

Chapitre 5 Partie II : Nombres complexes

Partie I révisions

Équations algébriques Pour P fonction polynomiale à coefficients complexes admettant a pour racine, factorisation de $P(z)$ par $z - a$.

Résolution des équations du second degré dans $\mathbf{C}$.

★ : Résoudre l'équation d'inconnue $z \in \mathbf{C}$: $z^3 + (1-i)z^2 + (-1-4i)z - 3 + i = 0$. On commencera par montrer que i est racine de cette équation.

Somme et produit des racines. Calcul des racines carrées d'un nombre complexe donné sous forme algébrique.

Racines n-ièmes

Description des racines n-ièmes de l'unité, d'un nombre complexe non nul donné sous forme trigonométrique.

★ : Déterminer les racines 3-ièmes de -8.

Notation $\mathbf{U}_n$. Représentation géométrique.

Exponentielle complexe Définition de e^z pour z complexe Exponentielle d'une somme.

Interprétation géométrique des module et arguments de $\dfrac{c-a}{b-a}$

Interprétation géométrique des applications $z \mapsto az$ et $z \mapsto az + b$ pour $(a, b) \in \mathbf{C}^* \times \mathbf{C}$.

★ : Caractériser géométriquement l'application complexe suivante : $f(z) = (1-i)z + 2i - 1$

Chapitre 8 : Calculs de primitives et d'intégrales

Généralités : Fonctions de classe $\mathcal{C}^n$ où $n \in \mathbf{N} \cup \{+\infty\}$.

Propriétés de l'intégrale : linéarité, positivité, croissance, relation de Chasles, inégalité triangulaire.

Calcul des primitives, application au calcul d'intégrales.

Primitives de $x \mapsto e^{\lambda x}$ pour $\lambda \in \mathbf{C}$,

Primitives des fonctions exponentielle, logarithme, puissances, trigonométriques et hyperboliques, et des fonctions $x \mapsto \dfrac{1}{1+x^2}$, $x \mapsto \dfrac{1}{\sqrt{1-x^2}}$

Savoir reconnaitre les dérivées de fonctions composées.

Intégration par parties

Changement de variable : changement de variable dans une intégrale, cas des fonctions paires, impaires et périodiques.

★ : calcul de l'intégrale $\displaystyle\int_{-1}^{1} \sqrt{1-x^2}\mathrm{d}x$ + interprétation géométrique.

Applications : primitives de $x \mapsto \exp(ax)\cos(bx)$ et $x \mapsto \exp(ax)\sin(bx)$, primitives de fonctions du type $x \mapsto \dfrac{1}{ax^2+bx+c}$, utilisation de la linéarisation

Tous les énoncés de propriétés et toutes les définitions sont à connaitre. Chacun des étudiants sera interrogé sur un exercice étoilé.