Mathématiques **Année 2022-2023**

PCSI

Programme de colle : Semaine 12 (03/01 au 06/01)

Chapitre 9 : Suites numériques

Suite majorée, minorée, bornée. Suite stationnaire, monotone, strictement monotone.
Mode de définition d'une suite réelle : explicite, implicite, par récurrence.
Suites extraites
Suites arithmétiques, géométriques, arithmético-géométriques.
.

Compléments sur l'ensemble des nombres réels : valeur décimale approchée, borne supérieure d'une partie de $\mathbf{R}$ non vide et majorée.

Limites de suites : convergence d'une suite vers une limite $\ell \in \mathbf{R}$, le réel ℓ est unique.
divergence d'une suite vers $\pm\infty$.
Si une suite possède une limite, toutes ses suites extraites possèdent la même limite.
Si (u_{2n}) et (u_{2n+1}) tendent vers ℓ, alors (u_n) tend vers ℓ
passage à la limite dans les inégalités larges.
Théorème d'encadrement, théorème de majoration, de minoration.
Opérations sur les limites. Théorème de la limite monotone.
★ : Montrer que la suite $(u_n)_{n\in\mathbf{N}^*}$ définie par $u_n = \sum_{k=1}^{n} \frac{1}{k^2}$ converge.
Suites adjacentes ; théorème des suites adjacentes.
★ : Étude de la convergence de la suite définie par : $\forall n \in \mathbf{N}^*$, $S_n = \displaystyle\sum_{k=1}^{n} \frac{(-1)^k}{k}$
Terme général d'une suite récurrente linéaire d'ordre 2.

Étude d'une suite vérifiant une relation de récurrence du type $u_{n+1} = f(u_n)$. Intervalle stable par une fonction f . Étude du cas particulier où f est croissante/décroissante. Si f est continue et que u converge vers une limite $\ell \in \mathbf{R}$, alors par passage à la limite dans l'égalité $u_{n+1} = f(u_n)$, on obtient $\ell = f(\ell)$; ℓ est un point fixe de f.

Chapitre 10 : Équations différentielles linéaires

Équations différentielles linéaires d'ordre 1 (EDL1)

— Résolution d'une EDL1 homogène (ou sans second membre).
— Principe de superposition.
— Structure de l'ensemble des solutions d'une EDL1
— Méthode de la variation de la constante pour résoudre une équation avec second membre non nul.
— Problème de Cauchy.

Équations différentielles linéaires d'ordre 2 (EDL2) à coefficients constants

— Résolution d'une EDL2 à coefficients constants homogène (ou sans second membre) dans $\mathbf{C}$ ou dans $\mathbf{R}$.
— Principe de superposition.
— savoir déterminer une solution particulière dans le cas d'un second membre polynôme : $x \mapsto P(x)$ où P est un polynôme ; $x \mapsto \kappa e^{\delta x}$ où $(\kappa, \delta) \in \mathbf{K}^2$; $x \mapsto \kappa\cos(\omega x)$ ou $x \mapsto \kappa\sin(\omega x)$ où $(\kappa, \omega) \in \mathbf{R}^2$.
— Problème de Cauchy.

★ : Résoudre $\mathrm{ch}(t)y' + \mathrm{sh}(t)y = \mathrm{ch}^2(t)$ sur $\mathbf{R}$.

★ : Résoudre $y'' + 4y' - 5y = -\mathrm{e}^{2x}$ sur $\mathbf{R}$.

Tous les énoncés de propriétés et toutes les définitions sont à connaitre. Chacun des étudiants sera interrogé sur un exercice étoilé.